

# L'EXPRESSION NUMERIQUE

## I- Généralité :

Les expressions  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  suivantes sont des expressions numériques :

$$A = (9 - 3) \times 2 + 1$$

$$B = 9 - 3 \times 2 + 1$$

$$C = 9 - (3 \times 2 + 1)$$

$$D = 9 - 3 \times (2 + 1)$$

Bien qu'elles comportent toutes les mêmes nombres et les mêmes symboles d'opérations, elles ne se calculent pas de la même façon et on doit obtenir pour chacune un résultat différent ( $A = 13$  ;  $B = 4$  ;  $C = 2$  ;  $D = 0$ ).

Quelles sont les règles de calcul de telles expressions ?

### 1- Priorités opératoires :

Pour calculer une expression numérique sans parenthèses, on effectue les calculs de la gauche vers la droite, **en commençant par les multiplications et les divisions** qui ont priorité sur les additions et les soustractions.

#### Remarque :

S'il n'y a que des additions et des soustractions (ou que des multiplications et des divisions), on effectue les calculs de la gauche vers la droite.

#### Exemple 1 :

$$B = 9 - 3 \times 2 + 1.$$

On effectue d'abord la multiplication, qui est prioritaire par rapport à l'addition et à la soustraction :

$$B = 9 - 6 + 1.$$

On effectue ensuite la soustraction et l'addition, de gauche à droite :  $B = 3 + 1 = 4$ .

### 2- Calcul avec parenthèses :

S'il y a des parenthèses, on **commence par effectuer les calculs à l'intérieur des parenthèses** les plus intérieures. On effectue ces calculs en respectant les priorités définies au **paragraphe I**.

#### Exemple 2 :

$$C = 9 - (3 \times 2 + 1).$$

On commence par calculer  $3 \times 2 + 1$  qui est entre parenthèses. Pour cela, on effectue d'abord la multiplication qui est prioritaire :  $C = 9 - (6 + 1)$ .

On achève le calcul à l'intérieur des parenthèses :  $C = 9 - 7 = 2$ .

**Exemple 3 :**  $G = 3 + \frac{6 + 4}{7 - 2}$ .

Cette expression peut être écrite sous la forme suivante :

$$G = 3 + (6 + 4) \div (7 - 2).$$

On commence donc par effectuer  $6 + 4$  et  $7 - 2$  :  $G = 3 + 10 \div 5$ .

On effectue ensuite la division, qui a priorité sur l'addition :  $G = 3 + 2 = 5$ .

## II- Ecriture :

Au marché, on achète **trois salades** à **0,85 €** la pièce et **deux choux-fleurs** à **1,95 €** la pièce.

Si l'on donne **10 €** pour payer, **quelle sera la monnaie rendue ?**

Voici une solution détaillée donnée par un élève :

Calculs	Opérations
Prix des trois salades : <b>2,55 €</b>	$0,85 \times 3 = 2,55$
Prix des deux choux-fleurs : <b>3,90 €</b>	$1,95 \times 2 = 3,9$
Total à payer : <b>6,45 €</b>	$2,55 + 3,9 = 6,45$
Monnaie rendue : <b>3,55 €</b>	$10 - 6,45 = 3,55$

**Peut-on écrire une expression numérique résumant tous les calculs effectués ci-dessus ?**

**Autrement dit, peut-on écrire une expression numérique comportant les données de l'énoncé et égale au résultat **3,55** ?**

### Exemple 1 :

Reprenons l'**exemple** ci-dessus. Le total à payer se calcule en effectuant  $2,55 + 3,9$  ou encore  $0,85 \times 3 + 1,95 \times 2$  (en respectant les règles de priorité pour effectuer les opérations).

La monnaie est la différence entre **10 euros** et le prix total à payer ; elle correspond donc à l'expression :  $10 - (0,85 \times 3 + 1,95 \times 2)$ .

Cette expression résume les calculs effectués pas à pas dans l'introduction.

### Exemple 2 :

Calcul d'une aire. On veut écrire une expression permettant de calculer l'aire de la cour.

La cour est rectangulaire. Ses dimensions (en mètres) sont :

en longueur :  $14 - 5$  ;

en largeur :  $10 - 6$ .

L'aire de la cour (en mètres carrés) est donc égale à :  $(14 - 5) \times (10 - 6)$ .

Cette expression résume les étapes de calcul et permet de calculer l'aire de la cour (égale à  $36 \text{ m}^2$ ).

### III- Calcul :

À l'aide d'une calculatrice, on veut calculer l'expression numérique :  $2 + 3 \times 4$ . Si on tape la séquence :  $2 + 3 \times 4 =$ , il s'affichera 20 ou 14 selon le modèle utilisé.

#### Pourquoi cette différence ?

Si le résultat est 20, la calculatrice est « **ordinaire** », c'est-à-dire qu'elle calcule dans l'ordre où l'on tape. Sur l'exemple, elle aura d'abord effectué  $2 + 3 = 5$ , puis  $5 \times 4 = 20$ .

Si le résultat est 14, la calculatrice est « **scientifique** », c'est-à-dire qu'elle calcule en respectant les règles de priorité. Sur l'exemple, elle aura d'abord effectué  $3 \times 4 = 12$ , puis  $2 + 12 = 14$ .

#### 1- Les expressions sans quotient :

##### - Avec calculatrice ordinaire :

Reprenons l'expression  $2 + 3 \times 4$ . On sait que les calculs doivent être effectués en commençant par la multiplication. Avec une calculatrice ordinaire, on tapera donc la séquence suivante :

$$3 \times 4 + 2 =$$

S'il y a **une paire de parenthèses**, on commencera par taper une séquence permettant de calculer l'expression entre parenthèses. Par exemple, pour calculer l'expression  $2 \times (3 + 4)$ , on tapera la séquence suivante :

$$3 + 4 \times 2 =$$

S'il y a **des parenthèses à l'intérieur d'autres parenthèses**, on commencera par taper une séquence correspondant aux parenthèses les plus intérieures. Par exemple, pour calculer l'expression  $2 + (5 \times (4 - 2))$ , on tapera la séquence suivante :

$$4 - 2 \times 5 + 2 =$$

- **Avec une calculatrice scientifique :**

Avec une calculatrice scientifique, il suffit de taper l'expression telle qu'elle apparaît (en la lisant de gauche à droite).

**Exemple :** pour calculer l'expression  $2 \times (6 - (7 - 3 \times 2))$ , on tapera la séquence :  
 $2(6 - (7 - 3 \times 2)) =$

**2- Les expressions avec quotient :**

On considère ici que l'on utilise une **calculatrice scientifique**.

Lorsqu'une expression numérique contient un quotient écrit avec une barre de fraction, il faut regarder si le numérateur ou le dénominateur contiennent des opérations à effectuer.

Dans ce cas, on peut écrire l'expression en remplaçant la barre de fraction par le symbole de la division ; le numérateur et le dénominateur doivent alors être écrits entre parenthèses.

**Exemple 1 :** on veut calculer  $A = 3 + \frac{6 + 4}{7 - 2}$ .

$$\frac{6 + 4}{7 - 2}$$

On peut écrire cette expression sous la forme :  $A = 3 + (6 + 4) \div (7 - 2)$ .

On tapera donc la séquence suivante :  $3 + (6 + 4) \div (7 - 2) =$

On doit obtenir 5.

**Exemple 2 :** on veut calculer  $B = 7 - \frac{9}{1 + \frac{4}{2 + 3}}$ .

$$\frac{9}{1 + \frac{4}{2 + 3}}$$

On peut d'abord écrire cette expression sous la forme :  $B = 7 - 9 \div (1 + \frac{4}{2 + 3})$ .

$$\frac{4}{2 + 3}$$

Puis sous la forme :  $B = 7 - 9 \div [1 + 4 \div (2 + 3)]$ .

On tapera donc la séquence suivante :  $7 - 9 \div (1 + 4 \div (2 + 3)) =$

On doit obtenir -2.